ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ
«МОСКОВИЯ»

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
«Профессиональный колледж «Московия»

Методическая разработка открытого урока по предмету Математика

Тема «Решение тригонометрических уравнений»

Разработчик: Соломенникова Г.В.
преподаватель математики

г.Кашира, 2022г.

Рассмотрено на заседании ПЦК

____

Протокол № _______
от _________ 20____г. ________ (Ф.И.О.)

Разработчик: Соломенникова Г.В.

Аннотация

Данный урок проводится с целью закрепления программных знаний и умений по решению тригонометрических уравнений, обобщения и систематизации материала, создание условий для контроля и самоконтроля усвоения знаний и умений. А также сформировать навыки делового общения, активности, сформировать интерес к математике и ее приложениям.
Развить у учащихся умение применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию, развить познавательный интерес к математике.

Задачи урока.

1. Образовательные:

- закрепление программных знаний и умений по решению тригонометрических уравнений;
- обобщение и систематизация материала;
- создание условий для контроля и самоконтроля усвоения знаний и умений.

2. Воспитательные:

- воспитание навыков делового общения, активности;
- формирование интереса к математике и ее приложениям.

3. Развивающие:

- формирование умений применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию,
- развитие познавательного интереса, математического кругозора, мышления и речи, внимания и памяти.

Формы организации работы обучающихся на уроке:
индивидуальная, фронтальная, парная, групповая.

Методы обучения:
Частично-поисковый (эвристический), работа по опорным схемам, работа по обобщающей схеме, системные обобщения, самопроверка, взаимопроверка.

Оборудование и источники информации: компьютер, мультимедийный проектор, таблицы «Значения тригонометрических функций некоторых углов», «Тригонометрические формулы», системно-обобщающая схема (*приложение 1*);
на партах обучающихся: памятка по решению тригонометрических уравнений, справочные материалы, листы - консультации, лист бумаги для самостоятельной работы, карточки заданий с уравнениями, разноуровневые карточки с домашним заданиям, учебник «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы.» Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)/ под ред. А.Г. Мордковича.

Ход урока

I. Организационный момент. Озвучивание целей урока и плана его проведения. Мотивация.

Цель: обеспечить внешнюю обстановку для работы на уроке, психологически настроить обучающихся к общению.

Эпиграф занятия: «Без уравнения нет математики как средства познания природы» (академик Александров П. С.).

II. Актуализация опорных знаний. Фронтальный опрос.

Цель:
установить уровень знаний и осознанность их применения в рамках изученного теоретического материала, повторение пройденного материала.
1.Опрос по теоретическому материалу:
а) Сформулировать определение арксинуса числа.
б) Сформулировать определение арккосинуса числа.
2. Устная работа практической направленности.
На доске задание

$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	0	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
н	**а**	**и**	**к**	**м**	**ц**	**и**	**г**	**й**

Выполнив вычисление заданных аркфункций, вы должны в таблице найти соответствие найденному ответу определённой букве. Составив слово, вы узнаете фамилию великого математика.

1) arcsin $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ 4) arctg (-1) 7) arcsin 0

2) arccos $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ 5) arctg $\sqrt{3}$ 8)arccos $\frac{1}{2}$

3) arcsin (-1) 6) arcsin $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ 9) arcsin 1

Этот человек родился в Тверской губернии. Его сын на могильном камне написал, что «... отец наукам изучался дивным и неудобновероятным способом …». В 1700 г. Петром он был учинён российскому благородному юношеству учителем математики. Создал первый учебник по математики и навигации для школы. М.Ю.Лермонтов хранил этот учебник до конца своих дней и назвал его «вратами учёности». В знак признания достоинств этого математика Пётр пожаловал ему другую фамилию, чем хотел подчеркнуть, что развитый ум и знания привлекают к человеку других людей с такой же силой, с какой магнит притягивает к себе железо.

Ответ: Магницкий.

3. Опрос по теоретическому материалу:
А.Эйнштейн говорил так: «Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно».
1) Какое уравнение называется тригонометрическим?
(Тригонометрическим уравнением называется уравнение, в котором переменная содержится только под знаком тригонометрической функции. Тригонометрическое уравнение либо не имеет корней, либо имеет их бесконечное множество.)
2) Какие уравнения называются тригонометрическими простейшими уравнениями?

(Уравнения **sin x=a, cos x=b, tg x=c, ctg x=d** *называются простейшими тригонометрическими уравнениями)*

3) Каковы решения данных уравнений:

sin x=a

|a| $\le$ 1 то x=(-1)^{k}arcsin a + $\pi k, k \in Z$

|a|>1 уравнение корней не имеет

cos x=b

|b| $\le$ 1 то x=±arccos a + $2\pi k, k \in Z$

|b|>1 уравнение корней не имеет

4. Устная работа практической направленности. Исправьте ошибки в решениях тригонометрических уравнений и подумайте об их причинах.

Уравнение	Ответ с ошибкой	Правильный ответ
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$	$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in z$
$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}$	$x = \pm\arccos\frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi n, n \in z$	Нет корней
$\sin 2x = \frac{1}{2}$	$x = (-\frac{1}{2})^k \arcsin\frac{1}{2} + \pi k, k \in z$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in z$

III. Проверка домашнего задания.

Цель:

Установить уровень знаний и осознанность их применения в рамках изученного теоретического материала, повторение пройденного материала.
Два студента работают над заданиями домашней работы у доски.

№ 1

$2\cos x+\sqrt{2}=0$;

$\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; Какой формулой выражается это решение?

$x=\pm\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})+2\pi n,\ n\in Z$. Чему равняется $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$?

$x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

№ 2

$\sin(-\frac{x}{3})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$-\sin\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ Какое свойство функции $y=\sin x$ использовали при решении?

$\sin\frac{x}{3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{x}{3}=(-1)^k\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})+\pi k,\ k\in Z$, Чему равняется $\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$?

$\frac{x}{3}=(-1)^{k+1}\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2})+\pi k,\ k\in Z$,

$\frac{x}{3}=(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$,

$x=(-1)^{k+1}\frac{3\pi}{4}+3\pi k,\ k\in Z$.

IV. Организация разнообразных упражнений по формированию и совершенствованию практических умений и навыков.
1этап.

Цель:
Закрепить решение простейших тригонометрических уравнений.

Самостоятельная работа студентов с последующей взаимопроверкой. Работа в парах.

Работа выполняется на листах бумаги с копиркой.
Текст ответа студенты пишут на двойной тетрадном листочке через копирку. Верхний листочек студент, после окончания работы, сдаёт преподавателю на проверку, а по второму осуществляется взаимоконтроль.

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2	ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4
Решите уравнение 1-5. 1. $\sin 2x + 2 = 0$ 2. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ 3. $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ 4. $\sin 4x = 0$ 5. $tg3x - \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $tgx + 2 = 0$ 2. $ctg3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ 4. $\cos\frac{x}{3} = 0$ 5. $3tg2x + \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\cos 2x - 2 = 0$ 2. $\sin 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ 4. $\sin\frac{x}{4} = 0$ 5. $ctg4x + \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $ctgx + 3 = 0$ 2. $tg2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ 4. $\cos 2x = 0$ 5. $tg2x - 1 = 0$
ВАРИАНТ 5	**ВАРИАНТ 6**	**ВАРИАНТ 7**	**ВАРИАНТ 8**
Решите уравнение 1-5. 1. $\sin 3x - 3 = 0$ 2. $\sin\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$ 3. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ 4. $\sin 3x = -1$ 5. $tg5x + \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $tgx - 3 = 0$ 2. $ctg\frac{x}{2} = \sqrt{3}$ 3. $2\sin x - 1 = 0$ 4. $\cos\frac{x}{2} = 1$ 5. $\sqrt{3}\,ctg4x - 1 = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\cos 3x + 3 = 0$ 2. $\cos\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$ 4. $\sin\frac{x}{3} = 1$ 5. $\sqrt{3}tg2x - 1 = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $ctgx - 4 = 0$ 2. $tg\frac{x}{2} = 1$ 3. $2\sin x + 1 = 0$ 4. $\cos 5x = -1$ 5. $ctg3x + 1 = 0$

Во время самостоятельной работы обучающимся, которые плохо разобрались с данной темой предлагаются листы-консультанты. Лист-консультант состоит из чередования трех блоков:

1. Опорная формула, написанная цветными чернилами.
2. Решенные примеры.
3. Решение примеров самостоятельно.

Студенты сдают первый экземпляр работы, по второму экземпляру осуществляется контроль в ходе взаимопроверки (правильные ответы записываются на обратной стороне доски). Выполняется работа над ошибками.

2 этап.

Цель: закрепить умения решать тригонометрические уравнения методом сведения к квадратному.

Указания преподавателя.

Метод сведения к квадратному состоит в том, что, пользуясь изученными формулами, надо преобразовать уравнение к такому виду, чтобы какую-то функцию (например, sin x или cos x) или комбинацию функций обозначить через у, получив при этом квадратное уравнение относительно у. Разберем несколько примеров:

1) $\sin^2 x + 5\sin x - 6 = 0.$

Данное уравнение соответствует (1) таблицы, поэтому делаем замену $\sin x = t, t \in [-1,1]$,

получаем квадратное уравнение: $t^2 + 5t - 6 = 0$,

находим корни $t_1 = 1,\ t_2 = -6$,

замечаем, что $t_2 = -6$ посторонний корень, поскольку $t \in [-1,1]$,

делаем обратную замену, т.е. решаем уравнение $\sin x = 1$, у которого корнями будут числа $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$.

2) $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$.

Данное уравнение соответствует (3) таблицы, поэтому сделаем замену $\cos x = t, t \in [-1,1]$

Из основного тригонометрического тождества следует, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ $\sin^2 x = 1 - t^2$,

получим квадратное уравнение: $2t^2 - 3t + 1 = 0$,

находим корни: $t_1 = 1,\ t_2 = 1/2$,

делаем обратную замену:

$\cos x = 1 \quad x = 2\pi n, n \in Z$ или

$\cos x = \frac{1}{2} \quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

Ответ: $2\pi n,\ n \in Z$, $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

4) Решение уравнений из учебника № 18.8, два студента у доски разбирают решение.

3 этап.

Цель:

Закрепить навык решения тригонометрических уравнений методом разложения на множители.

Под разложением на множители понимается представление данного выражения в виде произведения нескольких множителей. Если в одной части уравнения стоит несколько множителей, а в другой – 0, то каждый множитель приравнивается к нулю. Таким образом, данный множитель можно представить в виде совокупности более простых уравнений.

1) $\sin^2 x + 2\sin x = 0$,

$\sin x(\sin x + 2) = 0$,

$\sin x = 0$ или $\sin x + 2 = 0$

$x = \pi n$, $n \in Z$ $\sin x = -2$

$|-2| > 1$ не имеет решения, т.к. $-2 < -1$

Ответ: πn, $n \in Z$

2)

$$\sin x \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x = 0,$$

$$\cos x\left(\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0,$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, \\ x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z. \end{array}\right.$$

V.Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации (проблемное задание)

Показ презентации по теме: «Тригонометрия в природе»

VI. Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению. Разноуровневая домашняя работа (обучающийся сам определяет уровень).

VII. Рефлексия (подведение итогов занятия).

Цель: вспомнить основные моменты урока, проанализировать усвоение предложенного материала и умение применить полученные знания в дальнейшем

Содержание этапа:

Подведем итоги урока. Сегодня на уроке мы вспомнили понятие арккосинуса, арксинуса, вспомнили формулы решения простейших тригонометрических уравнений, способы решения некоторых известных тригонометрических уравнений. У меня появилась уверенность, что с решением тригонометрических уравнений домашней работы большинство из вас справится.

Фронтальным опросом вместе с обучающимися подводятся итоги урока:

- Что нового узнали на уроке?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении самостоятельной работы?
- Какие пробелы в знаниях выявились на уроке?

Оцените.

Я познание сделал своим ремеслом”

Я познание сделал своим ремеслом"

Фамилия и имя:...

Целевая установка

Научиться решать:	
простейшие тригонометрические уравнения	
уравнения, приводимые к квадратным	
Уравнения, решаемые разложением на множители	
Пообщаться с одноклассниками	
Получить оценку	
Показать свои знания	

Достиг ли я цели ....

Оценка:........................

Оценочный лист

Учебные элементы	**Количество баллов**
Фронтальный опрос	
Индивидуальная работа	
Работа в парах	
Проектная деятельность	
Итоговое количество баллов	

Отметьте в карточке: Достигли ли вы цели? Поднимите руки, кто достиг цели, поставленные в начале урока. Спасибо. Молодцы!

Приложение 1

$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	0	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
н	**а**	**и**	**к**	**м**	**ц**	**и**	**г**	**й**

Выполнив вычисление заданных аркфункций, вы должны в таблице найти соответствие найденному ответу определённой букве. Составив слово, вы узнаете фамилию великого математика.

1) arcsin ($-\frac{\sqrt{3}}{2}$) 4) arctg (-1) 7) arcsin 0

2) arccos ($-\frac{\sqrt{3}}{2}$) 5) arctg $\sqrt{3}$ 8) arccos $\frac{1}{2}$

3) arcsin (-1) 6) arcsin ($-\frac{\sqrt{2}}{2}$) 9) arcsin 1

ВАРИАНТ 1 Решите уравнение 1-5. **1.** $\sin 2x + 2 = 0$ **2.** $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ **3.** $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ **4.** $\sin 4x = 0$ **5.** $\mathrm{tg}3x - \sqrt{3} = 0$	**ВАРИАНТ 2** Решите уравнение 1-5. **1.** $\mathrm{tg}x + 2 = 0$ **2.** $\mathrm{ctg}3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ **3.** $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ **4.** $\cos\frac{x}{3} = 0$ **5.** $3\mathrm{tg}2x + \sqrt{3} = 0$	**ВАРИАНТ 3** Решите уравнение 1-5. **1.** $\cos 2x - 2 = 0$ **2.** $\sin 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **3.** $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ **4.** $\sin\frac{x}{4} = 0$ **5.** $\mathrm{ctg}4x + \sqrt{3} = 0$	**ВАРИАНТ 4** Решите уравнение 1-5. **1.** $\mathrm{ctg}x + 3 = 0$ **2.** $\mathrm{tg}2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ **3.** $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ **4.** $\cos 2x = 0$ **5.** $\mathrm{tg}2x - 1 = 0$
ВАРИАНТ 5 Решите уравнение 1-5. **1.** $\sin 3x - 3 = 0$ **2.** $\sin\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$ **3.** $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ **4.** $\sin 3x = -1$ **5.** $\mathrm{tg}5x + \sqrt{3} = 0$	**ВАРИАНТ 6** Решите уравнение 1-5. **1.** $\mathrm{tg}x - 3 = 0$ **2.** $\mathrm{ctg}\frac{x}{2} = \sqrt{3}$ **3.** $2\sin x - 1 = 0$ **4.** $\cos\frac{x}{2} = 1$ **5.** $\sqrt{3}\,\mathrm{ctg}4x - 1 = 0$	**ВАРИАНТ 7** Решите уравнение 1-5. **1.** $\cos 3x + 3 = 0$ **2.** $\cos\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **3.** $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$ **4.** $\sin\frac{x}{3} = 1$ **5.** $\sqrt{3}\mathrm{tg}2x - 1 = 0$	**ВАРИАНТ 8** Решите уравнение 1-5. **1.** $\mathrm{ctg}x - 4 = 0$ **2.** $\mathrm{tg}\frac{x}{2} = 1$ **3.** $2\sin x + 1 = 0$ **4.** $\cos 5x = -1$ **5.** $\mathrm{ctg}3x + 1 = 0$

Приложение 1

Памятка по решению простейших тригонометрических уравнений!

I. При решении уравнения вида $\sin t = -1$, $\sin t = 1$, $\sin t = 0$ или $\cos t = -1$, $\cos t = 1$, $\cos t = 0$ используем формулы для частного решения

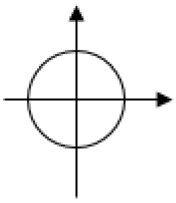
Для этого надо:

1. Записать уравнение.
2. Справа от него построить окружность и отметить точку (две точки) соответствующую решению уравнения.
3. Записать решение уравнения! Если отмечена одна точка, то прибавляем $2\pi k$, если две – то πk.

Образец:

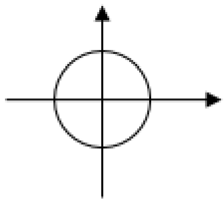
$\cos t = 0$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$



$\sin t = -1$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$



Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

Ответ: $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

II. При решении уравнения вида $\sin t = a$ и $\cos t = a$, где $a \in [-1;1]$, причем $a \neq \pm 1;0$, применяем формулы для общего решения:

$\sin t = a$

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

$\cos t = a$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

III. Решения уравнения $tgt = a$, где $a \in R$! записываются в виде: $t = arctga + \pi k, k \in Z$

Это **простейшее** уравнение **всегда** имеет решение!

Приложение 2

Список использованных источников

1.Григорьев В.П. Сабурова Т.Н. Математика (4-е изд.) учебник для среднего образования по техническим специальностям. Издательский центр «Академия», 2020г.

2. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности (3-е изд.) Издательский центр «Академия», 2019г.

Интернет-ресурсы

www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

www.school-collection.edu.ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).